

**Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике
для 5 класса**

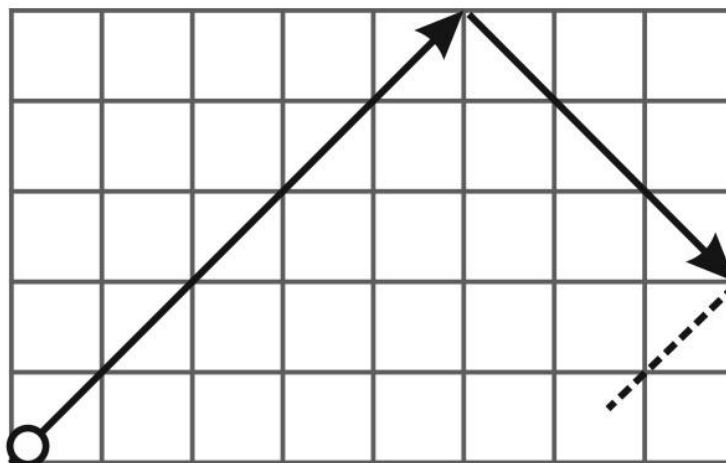
2023/24 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Бильярдный стол представляет собой клетчатое поле 5×8 клеток. Шар начинает движение из левого нижнего угла, отскакивая от бортов и всегда двигаясь по диагоналям клеток. Сколько раз шар отскочит от борта, прежде чем снова попадёт в какой-то угол?

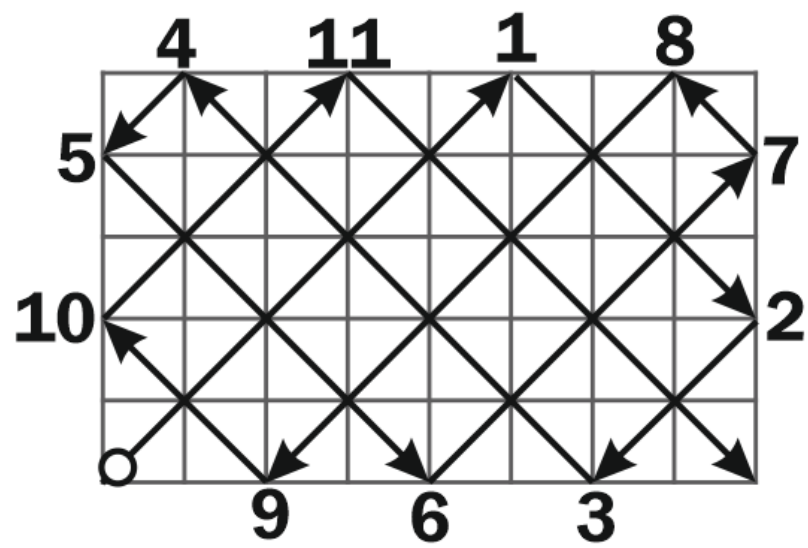


Ответ: 11

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

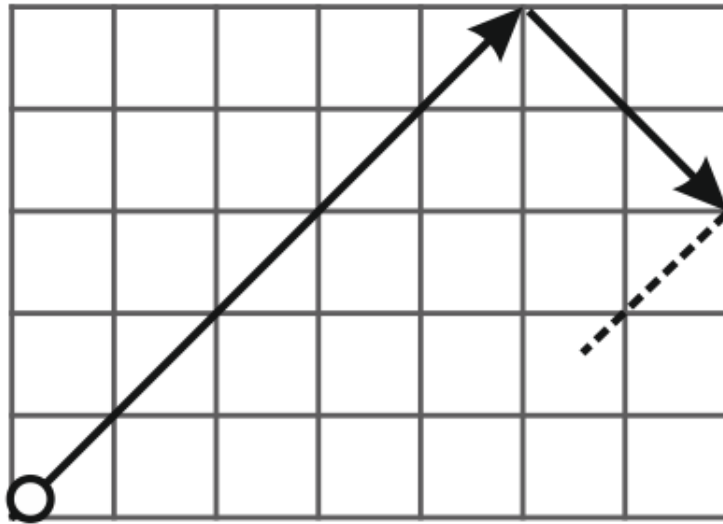
Прежде чем снова попасть в какой-то угол, шар отскочит 11 раз, как показано на рисунке.



Задание № 1.2

Условие:

Бильярдный стол представляет собой клетчатое поле 5×7 клеток. Шар начинает движение из левого нижнего угла, отскакивая от бортов и всегда двигаясь по диагоналям клеток. Сколько раз шар отскочит от борта, прежде чем снова попадёт в какой-то угол?



Ответ: 10

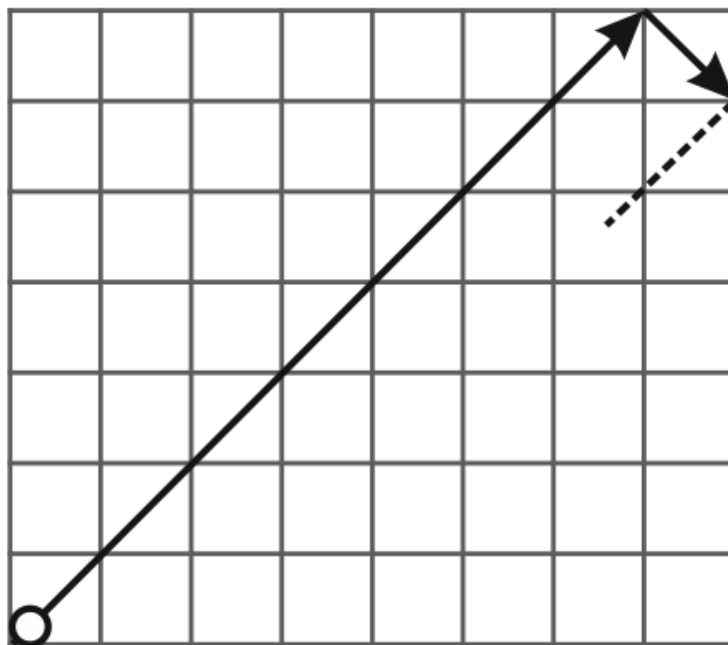
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1

Задание № 1.3

Условие:

Бильярдный стол представляет собой клетчатое поле 7×8 клеток. Шар начинает движение из левого нижнего угла, отскакивая от бортов и всегда двигаясь по диагоналям клеток. Сколько раз шар отскочит от борта, прежде чем снова попадёт в какой-то угол?



Ответ: 13

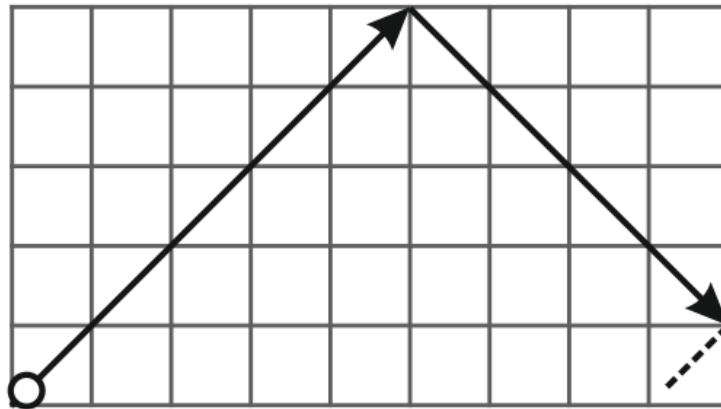
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1

Задание № 1.4

Условие:

Бильярдный стол представляет собой клетчатое поле 5×9 клеток. Шар начинает движение из левого нижнего угла, отскакивая от бортов и всегда двигаясь по диагоналям клеток. Сколько раз шар отскочит от борта, прежде чем снова попадёт в какой-то угол?



Ответ: 12

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1

Задание № 2.1

Условие:

Кодом велосипедного замка является четырёхзначное число. Известно, что:

- Первая цифра кода не равна нулю;
- Последняя цифра в пять раз больше первой;
- Вторая цифра — это сумма первой и третьей цифр;
- Четвёртая цифра равна сумме третьей и второй цифр.

Найдите код.

Ответ: 1325

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Если последняя цифра в пять раз больше первой, то это 5 – единственная цифра, которая делится на 5, кроме нуля. Тогда первая цифра равна единице. Вторая цифра равна сумме первой и третьей цифр, значит, вторая цифра на 1 больше третьей, а ещё в сумме с третьей она даёт 5. Это могут быть только 3 и 2, и наше число равно 1325.

Задание № 2.2

Условие:

Кодом велосипедного замка является четырёхзначное число. Известно, что:

- Первая цифра кода не равна нулю;
- Последняя цифра в семь раз больше первой;
- Вторая цифра — это сумма первой и третьей цифр;
- Четвёртая цифра равна сумме третьей и второй цифр.

Найдите код.

Ответ: 1437

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1

Задание № 2.3

Условие:

Кодом велосипедного замка является четырёхзначное число. Известно, что:

- Первая цифра кода не равна нулю;
- Первая цифра в пять раз больше последней;
- Третья цифра — это сумма четвёртой и второй цифр;
- Первая цифра равна сумме второй и третьей цифр.

Найдите код.

Ответ: 5231

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1

Задание № 2.4

Условие:

Кодом велосипедного замка является четырёхзначное число. Известно, что:

- Первая цифра кода не равна нулю;
- Первая цифра в семь раз больше последней;
- Третья цифра — это сумма четвёртой и второй цифр;
- Первая цифра равна сумме второй и третьей цифр.

Найдите код.

Ответ: 7341

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1

Задание № 3.1

Условие:

Добрыня Никитич, Алёша Попович и Илья Муромец после победы над многоголовым драконом пытались вспомнить, сколько у него было голов:

— Их было не меньше 5, — заявил Добрыня.

— Я помню, что количество голов делится на 3, — сказал Алёша.

— Их точно было не больше 10, — сказал Илья.

— Вспомнил! Их было ровно 6, — добавил Добрыня.

Оказалось, что ровно одно высказывание было неверно. Сколько голов имелось у дракона на самом деле?

Ответ: 9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Предположим, что последнее высказывание верно. Тогда голов ровно 6. Но в этом случае оказываются верны все остальные высказывания, а должно быть одно неверное. Значит, последнее высказывание неверно. Тогда количество голов не меньше 5, не больше 10 и делится на 3. Таких чисел два — 6 и 9. Но, так как последнее высказывание ложно, 6 не подходит. Значит, у дракона было 9 голов.

Задание № 3.2

Условие:

Добрыня Никитич, Алёша Попович и Илья Муромец после победы над многоголовым драконом пытались вспомнить, сколько у него было голов:

— Их было не меньше 6, — заявил Добрыня.

— Я помню, что количество голов делится на 5, — сказал Алёша.

— Их точно было не больше 16, — сказал Илья.

— Вспомнил! Их было ровно 10, — добавил Добрыня.

Оказалось, что ровно одно высказывание было неверно. Сколько голов имелось у дракона на самом деле?

Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1

Задание № 3.3

Условие:

Добрыня Никитич, Алёша Попович и Илья Муромец после победы над многоголовым драконом пытались вспомнить, сколько у него было голов:

— Их было не меньше 5, — заявил Добрыня.

— Я помню, что количество голов делится на 7, — сказал Алёша.

— Их точно было не больше 15, — сказал Илья.

— Вспомнил! Их было ровно 7, — добавил Добрыня.

Оказалось, что ровно одно высказывание было неверно. Сколько голов имелось у дракона на самом деле?

Ответ: 14

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1

Задание № 3.4

Условие:

Добрыня Никитич, Алёша Попович и Илья Муромец после победы над многоголовым драконом пытались вспомнить, сколько у него было голов:

— Их было не меньше 7, — заявил Добрыня.

— Я помню, что количество голов делится на 3, — сказал Алёша.

— Их точно было не больше 14, — сказал Илья.

— Вспомнил! Их было ровно 9, — добавил Добрыня.

Оказалось, что ровно одно высказывание было неверно. Сколько голов имелось у дракона на самом деле?

Ответ: 12

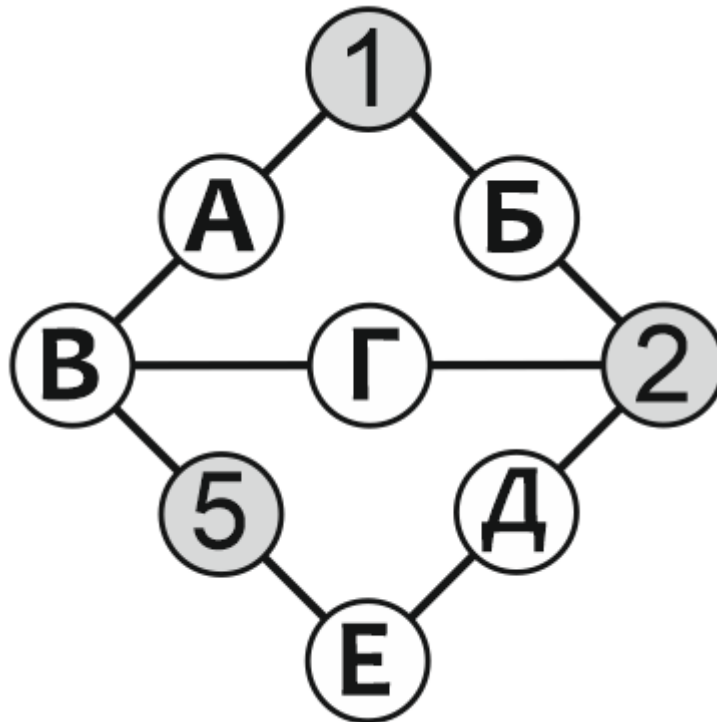
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1

Задание № 4.1

Условие:

Расставьте числа 3, 4, 6, 7, 8, 9 (каждое по одному разу) вместо букв А, Б, В, Г, Д и Е так, чтобы сумма трёх чисел на каждой из пяти прямых линий была одинаковой.



Ответ:

$$A = 8$$

$$Б = 9$$

$$В = 3$$

$$Г = 7$$

$$Д = 6$$

$$Е = 4$$

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Максимальная сумма чисел на одной прямой линии равна $1 + 2 + Б = 1 + 2 + 9 = 12$. Тогда максимальная сумма чисел на пяти линиях равна $5 \cdot 12 = 60$.

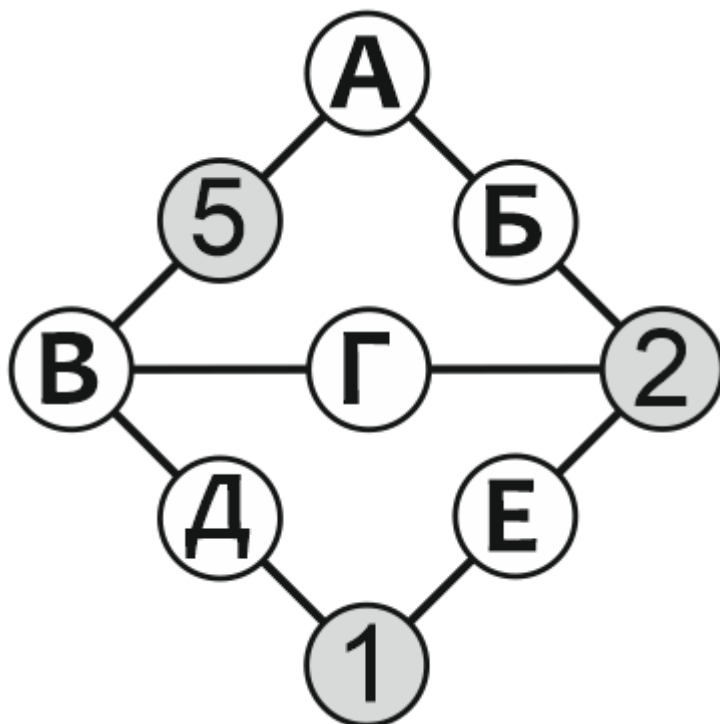
Сумма чисел от 1 до 9 равна 45, но числа 1 и Е входят в две линии, а числа 2 и В — в три линии, то есть нужно посчитать их трижды. Тогда минимальная сумма на всех пяти линиях равна $45 + 1 + Е + 2 \cdot 2 + В \cdot 2 = 50 + 4 + 3 \cdot 2 = 60$.

Получается, что минимальная и максимальная суммы равны 60, а в каждой линии сумма чисел равна по 12. Откуда получаем, что $Б = 9$, $В = 3$, $Е = 4$, далее поймём, что $А = 8$, $Г = 7$, а $Д = 6$.

Задание № 4.2

Условие:

Расставьте числа 3, 4, 6, 7, 8, 9 (каждое по одному разу) вместо букв А, Б, В, Г, Д и Е так, чтобы сумма трёх чисел на каждой из пяти прямых линий была одинаковой.



Ответ:

$$А = 4$$

$$Б = 6$$

$$В = 3$$

$$Г = 7$$

$$Д = 8$$

$$Е = 9$$

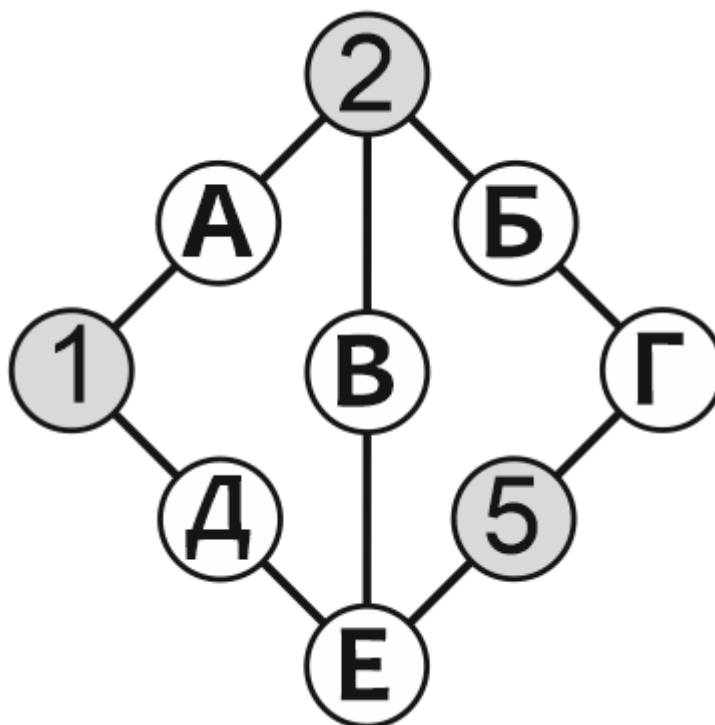
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1

Задание № 4.3

Условие:

Расставьте числа 3, 4, 6, 7, 8, 9 (каждое по одному разу) вместо букв А, Б, В, Г, Д и Е так, чтобы сумма трёх чисел на каждой из пяти прямых линий была одинаковой.



Ответ:

$$A = 9$$

$$B = 6$$

$$B = 7$$

$$Г = 4$$

$$Д = 8$$

$$E = 3$$

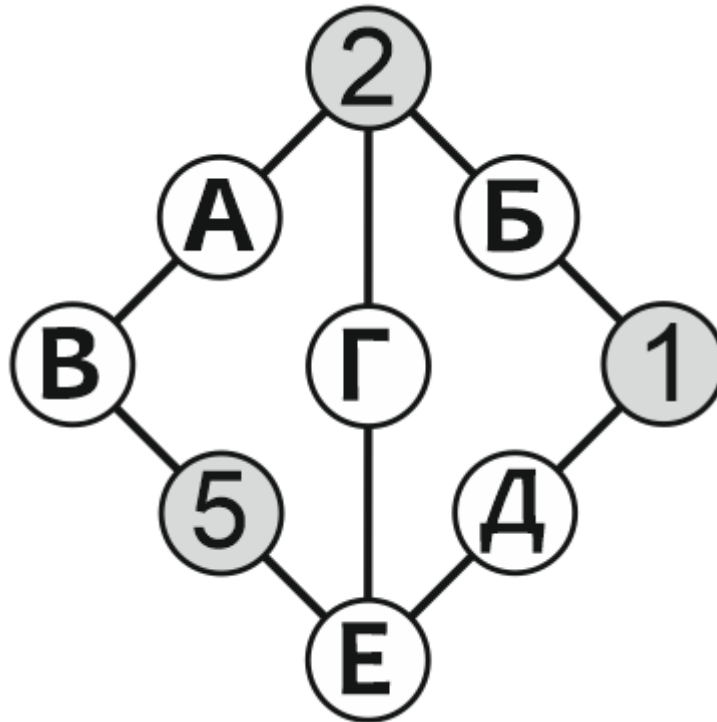
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1

Задание № 4.4

Условие:

Расставьте числа 3, 4, 6, 7, 8, 9 (каждое по одному разу) вместо букв А, Б, В, Г, Д и Е так, чтобы сумма трёх чисел на каждой из пяти прямых линий была одинаковой.



Ответ:

$$A = 6$$

$$B = 9$$

$$B = 4$$

$$Г = 7$$

$$Д = 8$$

$$E = 3$$

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1

Задание № 5.1

Условие:

Петя задумал два натуральных числа, сумма которых равна 2023. Если первое число разделить на второе, то и частное, и остаток будут равны 3. Чему равны задуманные Петей числа?

Первое: ...

Второе: ...

Ответ:

Первое: 1518

Второе: 505

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Вычтем из 2023 остаток 3, останется 2020 — сумма двух чисел, одно из которых ровно в 3 раза больше другого, а значит, 2020 — это меньшее из чисел, умноженное на 4. То есть меньшее из чисел равно $2020 : 4 = 505$, а большее тогда равно $505 \cdot 3 = 1515$. Добавив остаток 3, который мы вычли в начале, получим $1515 + 3 = 1518$.

Задание № 5.2

Условие:

Петя задумал два натуральных числа, сумма которых равна 2023. Если первое число поделить на второе, то и частное, и остаток будут равны 7. Чему равны задуманные Петей числа?

Первое: ...

Второе: ...

Ответ:

Первое: 1771

Второе: 252

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1

Задание № 5.3

Условие:

Петя задумал два натуральных числа, сумма которых равна 2024. Если первое число разделить на второе, то и частное, и остаток будут равны 8. Чему равны задуманные Петей числа?

Первое: ...

Второе: ...

Ответ:

Первое: 1800

Второе: 224

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1

Задание № 5.4

Условие:

Петя задумал два натуральных числа, сумма которых равна 2024. Если первое число поделить на второе, то и частное, и остаток будут равны 4. Чему равны задуманные Петей числа?

Первое: ...

Второе: ...

Ответ:

Первое: 1620

Второе: 404

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1

Задание № 6.1

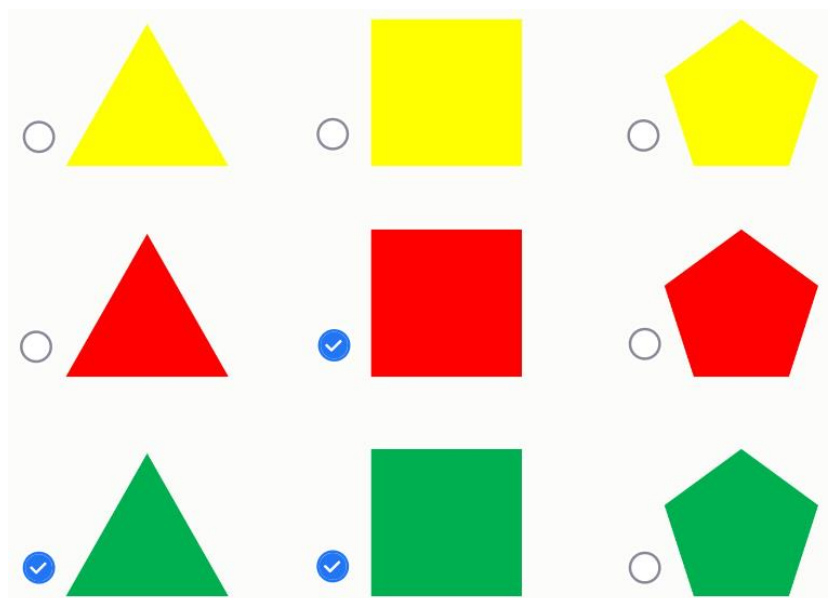
Условие:

Аня, Валя и Лена вырезали цветные фигуры: жёлтые, красные и зелёные треугольники, квадраты и пятиугольники. Известно, что:

- Каждую из девяти фигур на картинке вырезала какая-то одна девочка.
- Каждая вырезала по три фигуры.
- У Ани все фигуры разной формы.
- У Вали все фигуры разных цветов.
- У Лены нет пятиугольника и нет жёлтой фигуры.
- Красный пятиугольник у Ани.
- У каждой есть треугольник.

Выберите фигуры, которые вырезала Лена.

Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Из пятого утверждения следует, что Лена вырезала какие-то три фигуры из четырёх: зелёный и красный треугольники, зелёный и красный квадраты. Из

последнего условия следует, что каждая из девочек вырезала ровно по одному треугольнику. Тогда Лена точно вырезала зелёный и красный квадраты. Из четвертого утверждения заметим, что Валя должна вырезать какую-то красную фигуру. Красный пятиугольник вырезала Аня, а квадрат — Лена. Тогда Валя вырезала красный треугольник, значит, Лене остался зелёный треугольник. Получаем, что Лена вырезала зелёный треугольник, красный квадрат и зелёный квадрат.

Задание № 6.2

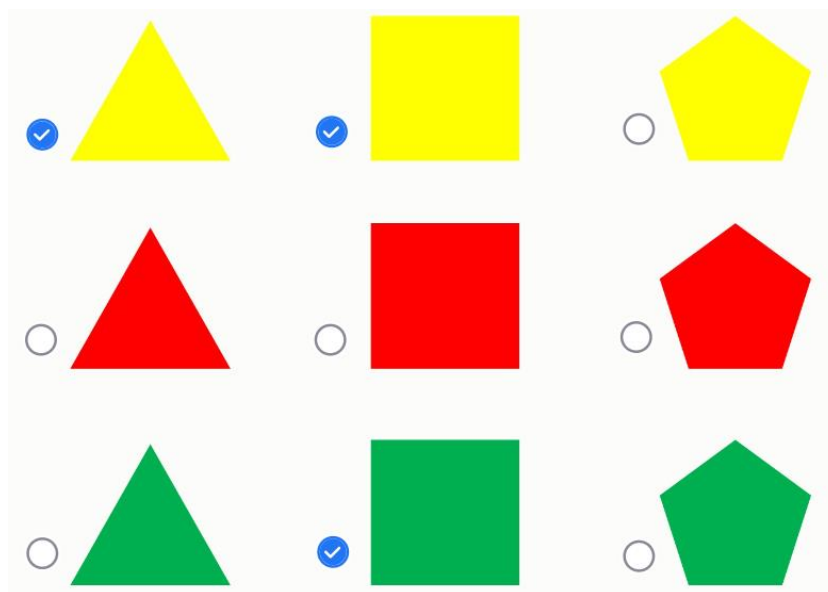
Условие:

Аня, Валя и Лена вырезали цветные фигуры: красные, зелёные и жёлтые треугольники, квадраты и пятиугольники. Известно, что:

- Каждую из девяти фигур на картинке вырезала какая-то одна девочка.
- Каждая вырезала по три фигуры.
- У Ани все фигуры разной формы.
- У Вали все фигуры разных цветов.
- У Лены нет пятиугольника и нет красной фигуры.
- Зеленый пятиугольник у Ани.
- У каждой есть треугольник.

Выберите фигуры, которые вырезала Лена.

Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1

Задание № 6.3

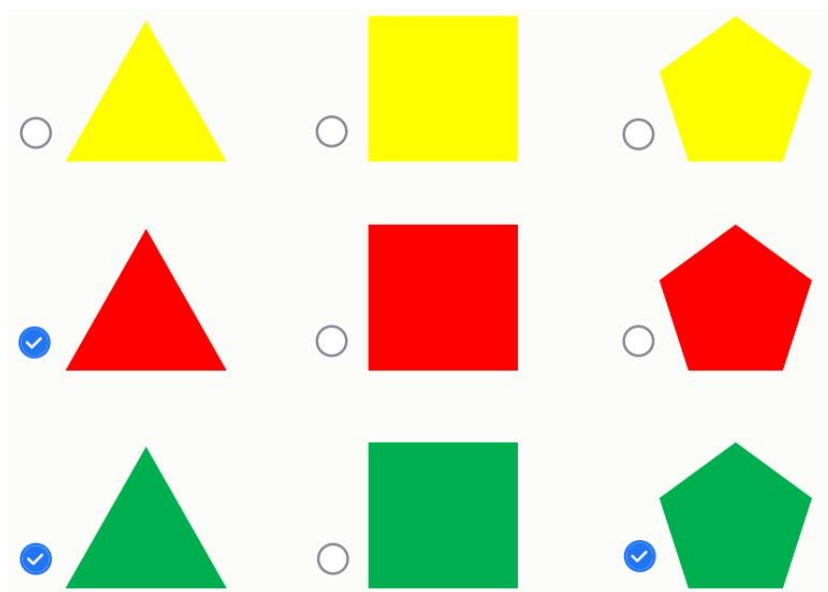
Условие:

Аня, Валя и Лена вырезали цветные фигуры: жёлтые, красные и зелёные треугольники, квадраты и пятиугольники. Известно, что:

- Каждую из девяти фигур на картинке вырезала какая-то одна девочка.
- Каждая вырезала по три фигуры.
- У Ани все фигуры разной формы.
- У Вали все фигуры разных цветов.
- У Лены нет квадрата и нет жёлтой фигуры.
- Красный квадрат у Ани.
- У каждой есть пятиугольник.

Выберите фигуры, которые вырезала Лена.

Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1

Задание № 6.4

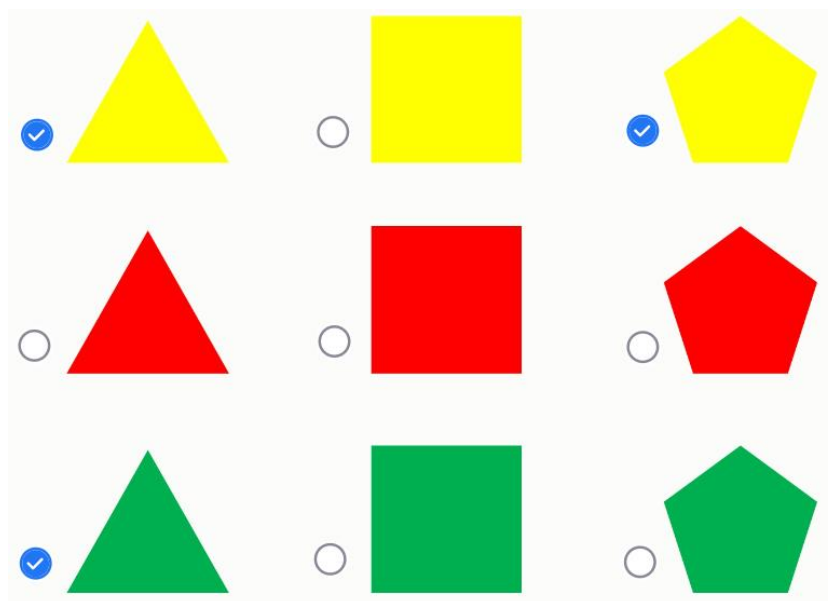
Условие:

Аня, Валя и Лена вырезали цветные фигуры: жёлтые, красные и зелёные треугольники, квадраты и пятиугольники. Известно, что:

- Каждую из девяти фигур на картинке вырезала какая-то одна девочка.
- Каждая вырезала по три фигуры.
- У Ани все фигуры разной формы.
- У Вали все фигуры разных цветов.
- У Лены нет квадрата и нет красной фигуры.
- Зелёный квадрат у Ани.
- У каждой есть пятиугольник.

Выберите фигуры, которые вырезала Лена.

Ответ:



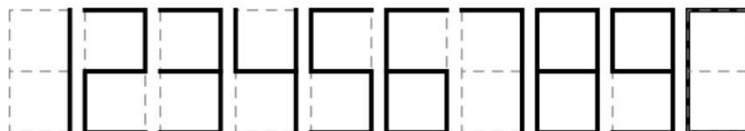
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1

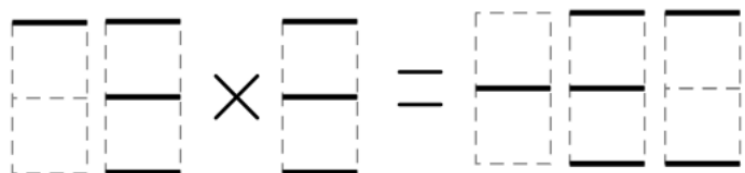
Задание № 7.1

Условие:

Калькулятор показывает цифры, как изображено на рисунке.



После того как Саша уронил калькулятор, на экране продолжили гореть только горизонтальные палочки, а вертикальные перестали отображаться. Саша набрал на калькуляторе пример:



Восстановите пропуски. Каждую цифру записывайте в отдельное поле.

Ответ: $75 \cdot 6 = 450$

Точное совпадение ответа — 1 балл

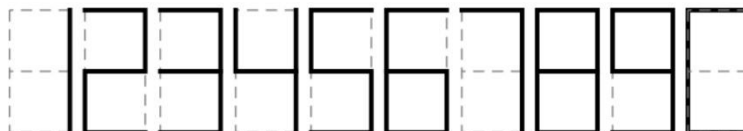
Решение.

Первая цифра может быть только 7, четвёртая — только 4, а шестая — только 0, поскольку других подходящих цифр с такими горизонтальными палочками нет. Так как результат оканчивается на 0, он чётный и делится на 5. Значит, одна из второй и третьей цифр равна 5, а другая цифра должна быть чётной. Но $78 \cdot 5 = 390 < 400$, тогда числа 76, 74 и 72, умноженные на 5, тоже не подходят. $75 \cdot 6 = 450$ подходит, а если умножать 75 на число меньше или больше 6, результат будет меньше или больше 400.

Задание № 7.2

Условие:

Калькулятор показывает цифры, как изображено на рисунке.



После того как Саша уронил калькулятор, на экране продолжили гореть только горизонтальные палочки, а вертикальные перестали отображаться. Саша набрал на калькуляторе пример:

Восстановите пропуски. Каждую цифру записывайте в отдельное поле.

Ответ: $49 \cdot 7 = 343$

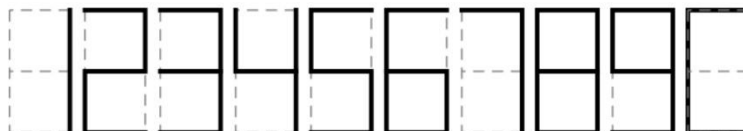
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1

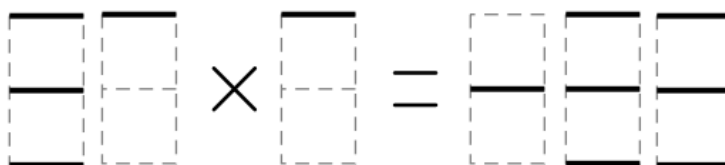
Задание № 7.3

Условие:

Калькулятор показывает цифры, как изображено на рисунке.



После того как Саша уронил калькулятор, на экране продолжили гореть только горизонтальные палочки, а вертикальные перестали отображаться. Саша набрал на калькуляторе пример:



Восстановите пропуски. Каждую цифру записывайте в отдельное поле.

Ответ: $67 \cdot 7 = 469$

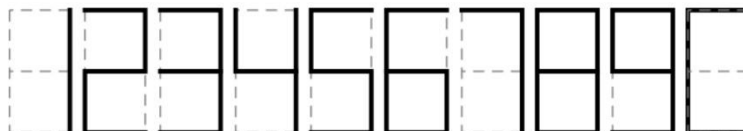
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1

Задание № 7.4

Условие:

Калькулятор показывает цифры, как изображено на рисунке.



После того как Саша уронил калькулятор, на экране продолжили гореть только горизонтальные палочки, а вертикальные перестали отображаться. Саша набрал на калькуляторе пример:

Восстановите пропуски. Каждую цифру записывайте в отдельное поле.

Ответ: $54 \cdot 5 = 270$

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1

Задание № 8.1

Условие:

Игорь играет в кости, на гранях которых числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. В каждом раунде он бросает две игральные кости и ему начисляется количество очков, равное произведению выпавших чисел. Игра состоит из 5 раундов. Во втором раунде Игорь получил на 5 очков больше, чем в первом. В третьем — на 6 меньше, чем во втором. В четвёртом — на 11 больше, чем в третьем. В пятом — на 8 меньше, чем в четвёртом.



Сколько всего очков набрал Игорь за пять раундов?

Ответ: 66

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Пусть в первом раунде Игорь набрал x очков. Тогда в последующих раундах он получил $x + 5$, $x + 5 - 6$, $x + 5 - 6 + 11$, $x + 5 - 6 + 11 - 8$ очков, то есть в пяти раундах Игорь получил x , $x + 5$, $x - 1$, $x + 10$, $x + 2$ очков.

Выпишем все числа, которые мог получить Игорь за один раунд: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 36.

Нам нужно найти такое число x , что числа x , $x + 5$, $x - 1$, $x + 10$, $x + 2$ окажутся среди выписанных. Числа $x - 1$ и $x + 10$ отличаются на 11, это могут быть такие пары чисел как: 1) 1 и 12; 2) 4 и 15; 3) 5 и 16; 4) 9 и 20; 5) 16 и 27; 6) 25 и 36. Проверим каждую из них.

- 1) В этом случае $x + 5 = 7$, такого числа нет среди выписанных.
 - 2) В этом случае $x + 2 = 7$, такого числа нет среди выписанных.
 - 3) В этом случае $x + 5 = 11$, такого числа нет среди выписанных.
 - 4) В этом случае $x = 10$, $x + 5 = 15$, $x - 1 = 9$, $x + 10 = 20$, $x + 2 = 12$, все числа есть среди выписанных, значит, Игорь мог набрать такое количество очков, и сумма очков равна $10 + 15 + 9 + 20 + 12 = 66$.
 - 5) В этом случае $x = 17$, такого числа нет среди выписанных.
 - 6) В этом случае $x = 26$, такого числа нет среди выписанных.
- Получаем, что Игорь набрал 66 очков, и это единственный ответ.

Задание № 8.2

Условие:

Игорь играет в кости, на гранях которых числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. В каждом раунде он бросает две игральные кости и ему начисляется количество очков, равное произведению выпавших чисел. Игра состоит из 5 раундов. Во втором раунде Игорь получил на 5 очков больше, чем в первом. В третьем — на 10 больше, чем во втором. В четвёртом — на 1 меньше, чем в третьем. В пятом — на 4 меньше, чем в четвёртом.



Сколько всего очков набрал Игорь за пять раундов?

Ответ: 94

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1

Задание № 8.3

Условие:

Игорь играет в кости, на гранях которых числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. В каждом раунде он бросает две игральные кости и ему начисляется количество очков, равное произведению выпавших чисел. Игра состоит из 5 раундов. Во втором раунде Игорь получил на 5 очков больше, чем в первом. В третьем — на 4 меньше, чем во втором. В четвёртом — на 5 меньше, чем в третьем. В пятом — на 11 больше, чем в четвёртом.



Сколько всего очков набрал Игорь за пять раундов?

Ответ: 34

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1

Задание № 8.4

Условие:

Игорь играет в кости, на гранях которых числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. В каждом раунде он бросает две игральные кости и ему начисляется количество очков, равное произведению выпавших чисел. Игра состоит из 5 раундов. Во втором раунде Игорь получил на 7 очков больше, чем в первом. В третьем — на 2 меньше, чем во втором. В четвёртом — на 4 меньше, чем в третьем. В пятом — на 9 больше, чем в четвёртом.



Сколько всего очков набрал Игорь за пять раундов?

Ответ: 48

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1